

УДК 532.54.013.2

DOI: 10.15587/1729-4061.2019.162330

Розподіл локальних швидкостей в трубі круглого поперечного перерізу за розгінного руху рідини

Р. М. Гнатів, О. В. Вербовський

Представлені результати експериментальних досліджень розгінного руху рідини в циліндричній трубі зі стану спокою. За прискореного руху рідини спостерігається затягування ламінарного режиму із його подальшим переходом до турбулентного при миттєвих числах Re , які на кілька порядків перевищують критичне Re в стаціонарних умовах. Для визначення локальних характеристик нестационарного потоку використано термоанемометричну апаратуру. Як датчики для вимірювання локальної швидкості в трубі був застосований термоанемометричний конічний датчик, а для вимірювання дотичних напружень – датчик, що змонтований врівень з внутрішньою стінкою труби. Для обробки експериментальних даних крім усереднення за ансамблем було також проведено додаткове згладжування осередненням в часі за п'яти сусідніми точками. Виявилось, що для отримання більш гладких функцій для шуканої характеристики необхідно мати в ансамблі набагато більше дослідів, особливо в пристінній ділянці. Встановлено, що за прискореного руху рідини зі стану спокою до виникнення турбулентності зберігається рівномірний розподіл швидкостей в перерізі труби і лише в тонкому пристінному шарі спостерігаються градієнти швидкостей. Різкий перехід в характеристиці дотичного напруження на стінці труби τ_0 за зміни ламінарного режиму турбулентним спостерігається також в характеристиках локальних швидкостей. У момент переходу до турбулентного режиму з'являється переломна точка на графіку зміни величини середньої швидкості, а розподіл швидкостей та інтенсивність турбулентності зазнають значних змін в порівнянні зі стаціонарними турбулентними потоками. Турбулентність генерується в пристінній ділянці та поширюється до центру перерізу трубопроводу практично з постійною швидкістю. Фронт переходу від ламінарного до турбулентного режиму за неусталеного руху рідини в трубі поширюється у напрямку центру перерізу майже з постійною швидкістю.

Ключові слова: циліндрична труба, рух рідини, структура потоку, генерація турбулентності, термоанемометрична апаратура

1. Вступ

Неусталені рухи рідини використовуються в сучасних енергетичних пристроях і технологічній апаратурі. Широкий круг прикладних задач неусталених рухів обумовлює різні підходи і постановки досліджень цих задач.

Виникає необхідність вдосконалення конструкції спеціальних пристроїв для управління автоматизованими технологічними процесами різноманітного

призначення та характеру. В існуючих гідросистемах, які використовуються в цих процесах, до теперішнього часу відсутні ефективні методи розрахунку, що враховують особливості структури розглянутих потоків.

Підготовка і проведення дослідів з неусталеними потоками рідини дозволить уточнити фізику явища. Проведення таких експериментів вимагають розроблення спеціальної методики проведення дослідів, створення засобів вимірювання і обробки експериментальних даних.

Розрахунок таких систем зазвичай починається з розроблення фізичної моделі і виведення відповідних цій моделі математичних співвідношень, що описують у формі рівнянь поведінку робочого середовища в проточній частині пристрою. При проектуванні та експлуатації сучасних розгалужених трубопроводів важливим є питання забезпечення надійності роботи і довговічності напірних трубопроводів і регулюючої апаратури.

На основі результатів експериментів отримують емпіричні залежності, які дозволяють замкнути систему рівнянь, що описують напірний турбулентний неусталений рух рідини.

Експериментальне дослідження розподілу швидкостей в живому перерізі трубопроводу для вдосконалення методики розрахунку структур неусталених потоків рідин в круглих трубопроводах зумовлює актуальність роботи в даному напрямку.

2. Аналіз літературних джерел та постановка проблеми даної роботи

За прискореного руху рідини спостерігається затягування ламінарного режиму з подальшим переходом до турбулентного при миттєвих числах Re , які на кілька порядків перевищують критичне Re в стаціонарних умовах. Це враховано для аналітичного розв'язку задач нестационарної течії в трубах за одномірною моделлю операційним способом. Модифікований варіант операційного методу – метод контурного інтегрування в площині частоти наведений в [1]. Теоретичні дослідження руху стисливої рідини в напірному трубопроводі проведені в публікації [2].

Дослідження ділянки нестационарного ламінарного руху має практичне значення. Оскільки за неусталених потоків перехід від ламінарного до турбулентного режиму течії відбувається складніше, ніж при стаціонарних потоках, виникає необхідність проведення досліджень для вивчення механізму цього переходу. Це достатньо обґрунтовано і частково теоретично досліджено в працях [3, 4].

В наведених працях використано спрощені моделі і не враховано, що при неусталеному русі виникають об'ємні локальні сили інерції, які діють на рідину. Відповідно можна очікувати впливи цих сил на явище переходу, ламінарного режиму в турбулентний, а також на подальший розвиток турбулентності потоку.

Кількість опублікованих експериментальних робіт з дослідження неусталених течій рідини в трубах є незначною та присвячені вони вимірюванню тільки інтегральних характеристик – визначенню тиску або часу виникнення турбулентності. Дослідженню локальних характеристик присвячені роботи [5–

8], де представлені результати дослідження дотичних напружень на стінці труби при виникненні руху рідини в трубі та деякі дані про розподіл швидкостей до виникнення турбулентності.

Необхідно відмітити, що перераховані вище теоретичні і експериментальні роботи відносяться до ламінарного руху, де отримала подальший розвиток дисипативна модель руху нестисливої рідини. Проте практичну цінність для інженерної практики мають дослідження явища переходу в турбулентний режим і подальший його розвиток, що не було досліджено в попередніх працях.

Грунтовне дослідження структури швидкостей за поширення штучно генерованих збурень при переході від одного турбулентного стаціонарного режиму до іншого наведено в роботах [9, 10]. В цих працях локальні швидкості визначені електрохімічним способом.

Виміри структури в стаціонарних умовах показали хорошу відповідність з універсальним профілем Кармана. На основі проведених дослідів для визначення інтенсивності турбулентності автори піднімають питання про поширення турбулентності в часі і в просторі. Зроблено висновок про те, що перехід на новий рівень інтенсивності турбулентності, пов'язаний з перехідним процесом, залежить від поширення когерентних структур, що мають властивість деякої інерційності. Тому відбувається перерозподіл інтенсивності турбулентності за час, який в багато разів перевищує час, необхідний для встановлення усталеного режиму.

Розглянуті дослідження були проведені тільки для пластмасової труби 51 мм при течії електроліту і за недостатньої точності проведення вимірювань.

Експериментальні дослідження в роботі [6] показують, що рух рідини зі стану спокою зберігає ламінарний режим течії за більших миттєвих значень числа Рейнольдса, ніж при стаціонарному русі. Важливим постає питання залежності виникнення турбулентності від характеристик нестационарного процесу.

В дослідженні [12] отримано графіки зміни осередненої за ансамблем локальної швидкості в часі для різних точок живого перерізу. Кількість дослідів в одному ансамблі була від 25 ($r/R=0$) до 47 ($r/R=0,92$). При обробці експериментальних даних крім усереднення за ансамблем було проведено додаткове згладжування осередненням в часі по п'яти сусіднім точкам. Виявилося, що для отримання більш гладких функцій для шуканої характеристики необхідно в ансамблі мати набагато більше дослідів, особливо в пристінній ділянці.

Наведені у [12] залежності відносяться до початкового тиску в системі $p_0=1,56 \times 10^5$ Н/м², за часу відкриття швидкодіючого клапана $t=0,01$ с. Як показують дані вимірювання тиску в розглянутому нестационарному процесі течії рідини, в момент виникнення турбулентності хвильові явища, обумовлені стисливістю рідини, згасали і рідину можна розглядати як нестисливу. При цьому як швидкості в точках, так і середня швидкість змінюються майже за лінійним законом з прискоренням $dV/dt=7,15$ м/с². Виявляється, що виникаюча в пристінній зоні турбулентність течії поширюється до центру перерізу труби практично з постійною швидкістю. Як видно, виникнення турбулентності в точці зміни режиму руху викликає різке відхилення функцій швидкості від лінійного

закону, що спричиняє додаткові втрати енергії.

На основі проведеного аналізу зроблено висновок про необхідність проведення експериментальних досліджень для отримання локальних характеристик розгінного потоку при переході від одного режиму неусталеного руху до іншого та подальший розвиток турбулентності.

3. Мета та задачі досліджень

Метою роботи є проведення експериментальних досліджень розподілу швидкостей в живому перерізі трубопроводу для вдосконалення методики розрахунку структур неусталених потоків рідин в круглих трубопроводах. Необхідно встановити зв'язок між дотичними напруженнями на стінці та структурою потоку, провести аналіз факторів і особливостей течії рідини, які призводять до нестабілізованого турбулентного потоку, з метою врахування пульсаційних характеристик. Це надасть можливість одержати закономірності розвитку процесу вихроутворення.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- визначити розподіл швидкостей в перерізі труби зі стану спокою до виникнення турбулентності за прискореного руху рідини;
- встановити, як змінюється величина середньої швидкості у момент переходу до турбулентного режиму і розподіл швидкостей та інтенсивність турбулентності в порівнянні зі стаціонарними турбулентними потоками;
- визначити напрям поширення фронту переходу від ламінарного до турбулентного режиму за неусталеного руху рідини в трубі.

4. Матеріали та методи досліджень розподілу швидкостей в живому перерізі трубопроводу

Ця робота є продовженням робіт [5–8], де наведено експериментальні результати вимірювання локальних швидкостей руху по радіусу труби за розгінного руху рідини зі стану спокою термоанемометричним способом. Досліди проводилися на експериментальній установці, основні вузли якої описані в роботі [11]. Дослідна схема, яка використовувалась для проведення дослідів, має закритий контур і виготовлена з нержавіючої сталі, а робоча ділянка установки з плавним входом має довжину $L=12,6$ м та внутрішній діаметр $d=0,0596$ м.

Для визначення локальних характеристик нестационарного потоку застосовувалася термоанемометрична апаратура фірми "DISA" (Данія). Як датчики для вимірювання локальної швидкості в трубі був застосований термоанемометричний конічний датчик 55R42 (Данія), а для вимірювання дотичних напружень – датчик 55R46 (Данія), змонтований врівень з внутрішньою стінкою труби.

5. Результати досліджень розподілу швидкостей в живому перерізі трубопроводу

5.1. Розподіл швидкостей в поперечному перерізі труби за розгінного руху рідини

Фізичний характер розгінної течії зі стану спокою в стаціонарних умовах описують коефіцієнтом переміжності γ [13–15]. Нижче, на рис. 1, наводиться зміна коефіцієнта γ в умовах нестационарного потоку в трубі. Коефіцієнт γ визначається в такий спосіб

$$\gamma = \frac{S_T}{S} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2, \quad (1)$$

де S і S_T – площа перерізу труби і площа перерізу, охоплена турбулентністю в даний момент часу; R і r – радіус труби і радіус точки на місці переходу в турбулентний режим.

Коефіцієнт γ виражається як функція від відносного часу

$$\gamma = f\left(\frac{t - t_0}{\Delta t}\right), \quad (2)$$

де Δt – час поширення турбулентності від стінки до осі; t – момент виникнення турбулентності в даній точці; t_0 – момент виникнення турбулентності на стінці.

Розподіли швидкості по перерізу труби представлені на рис. 2, 3. Видно, що до виникнення турбулентності має місце рівномірний розподіл і лише у відносно тонкому пристінному шарі спостерігаються градієнти швидкості. Тому до виникнення турбулентності, завдяки значним силам інерції, рідина поводить ся як пружне тіло, що здійснює коливальний рух та ковзає по твердих стінках. У зв'язку з цим дотичні напруження сконцентровані в тонкому пристінному шарі і характеризуються величиною дотичного напруження на стінці τ_0 .

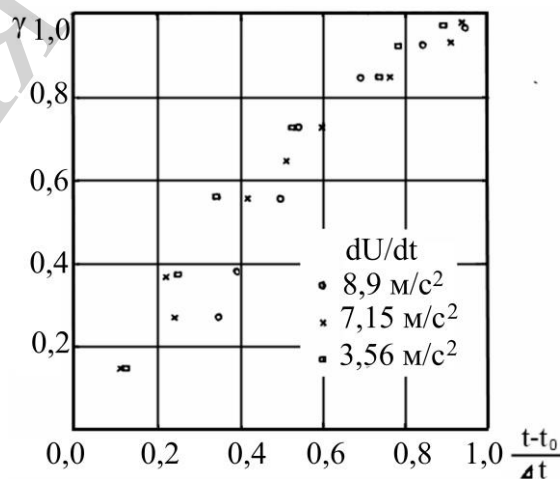


Рис. 1. Залежність коефіцієнта переміжності γ від відносного часу $(t-t_0/\Delta t)$

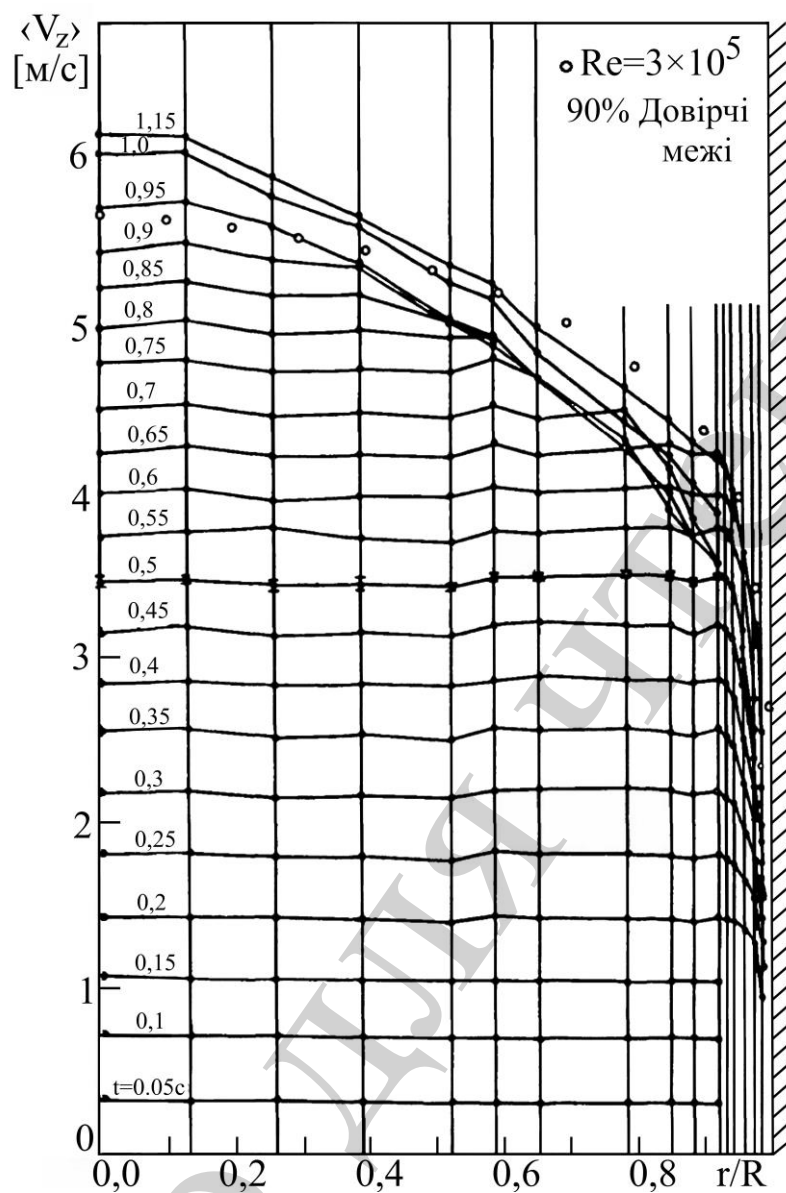


Рис. 2. Експериментальні дані зміни поздовжніх швидкостей V_z в процесі розгону рідини ($\xi=0,47$)

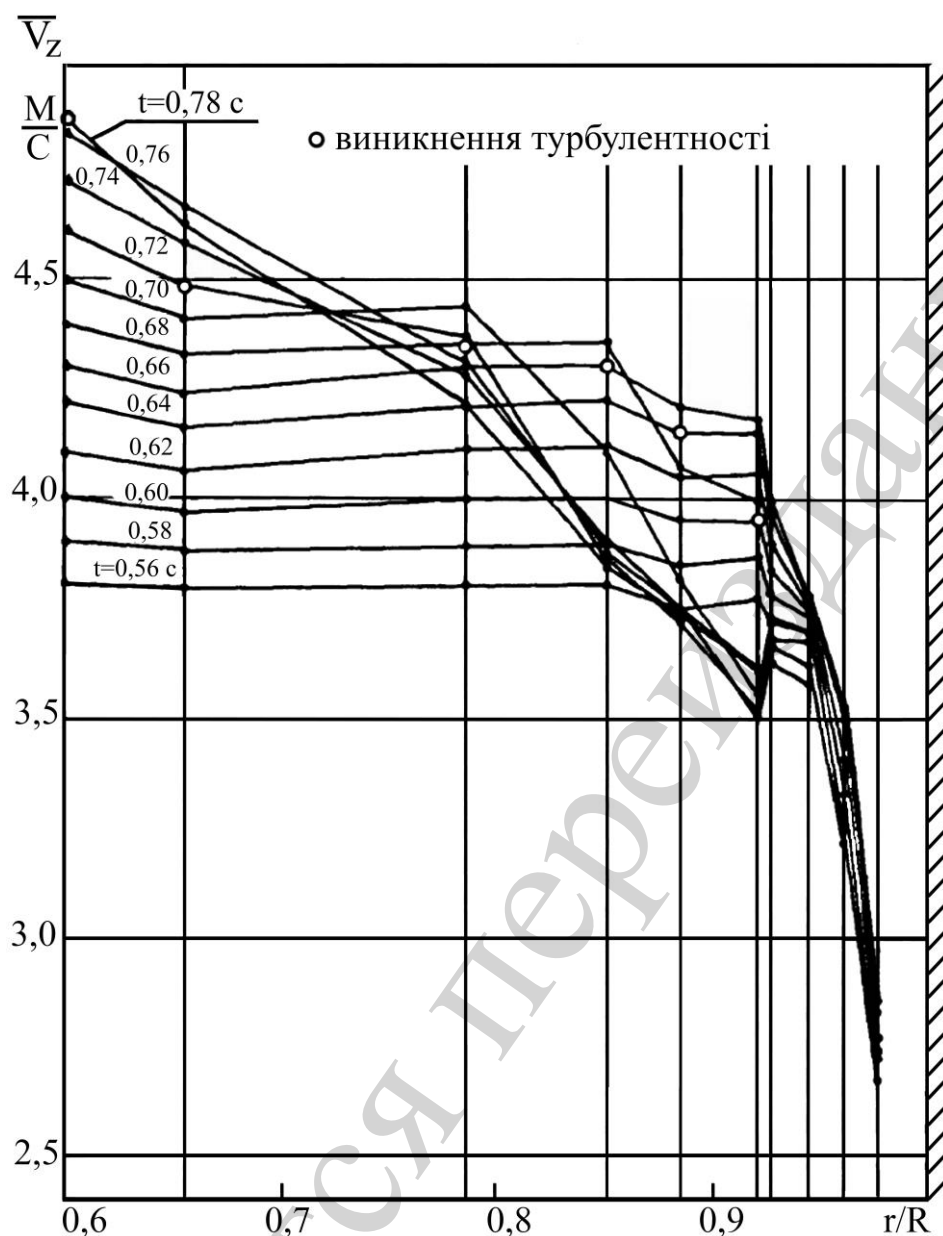


Рис. 3. Експериментальні дані зміни поздовжніх швидкостей V_z ($r/R=0,6-0,99$)

5. 2. Порівняння експериментальних даних дотичного напруження τ_0 з квазістаціонарними величинами.

Як видно з рис. 4, в момент виникнення турбулентності виміряне τ_0 зростає стрибкоподібно, чому відповідає стрибкоподібна зміна градієнта швидкості на стінці. Внаслідок цього виникає загальмованість рідини в пристінній ділянці. Експериментальні дані цього явища представлені на рис. 2, 3, де добре видно, що чим ближче до стінки, тим більше і зменшення швидкості після виникнення турбулентності $\sqrt{\overline{u_x'^2}} / u_*$.

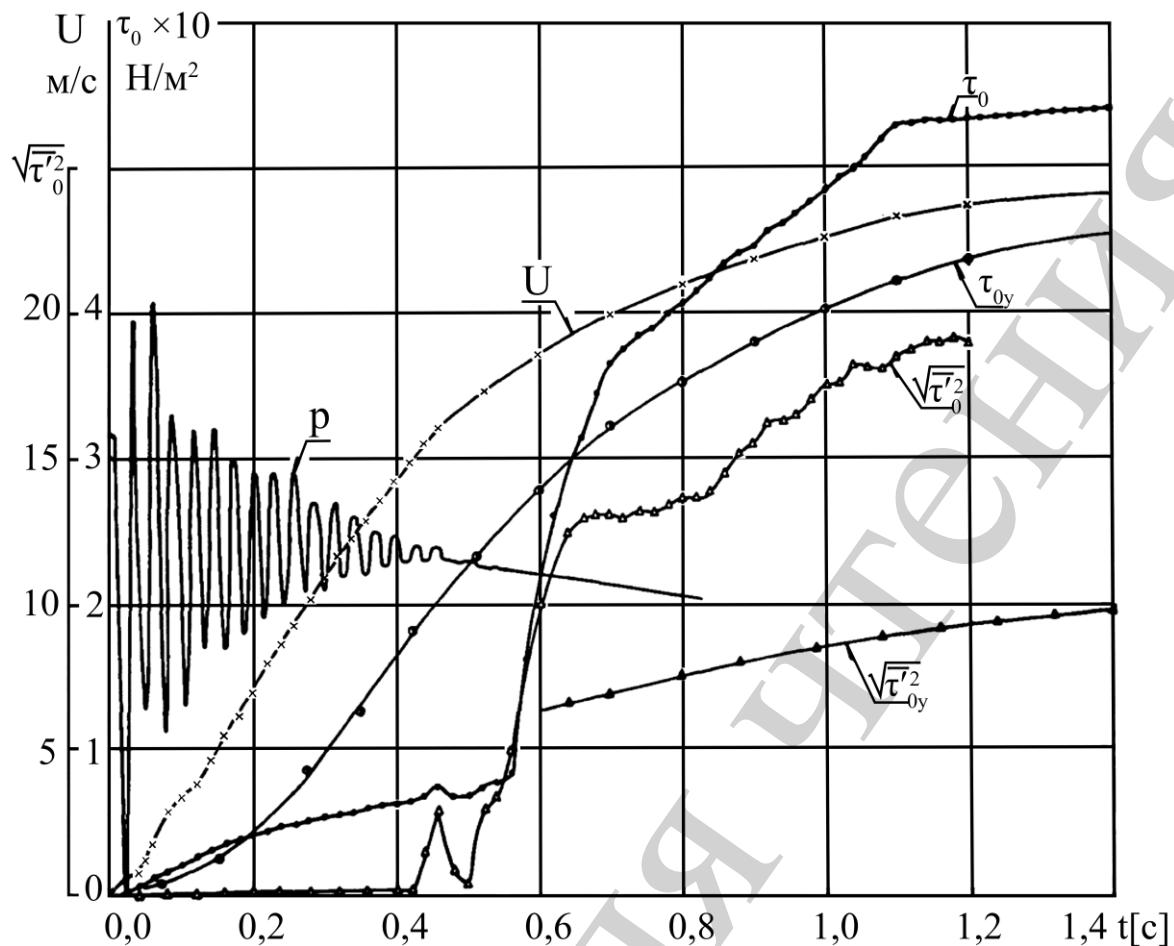


Рис. 4. Порівняння експериментальних даних дотичного напруження τ_0 та інтенсивності цієї величини $\sqrt{\tau_0'^2}$ з квазістаціонарними величинами

5.3. Зміна відносної інтенсивності поздовжньої складової швидкості

$\frac{\sqrt{V_z^{12}}}{u_*}$ в процесі розгону рідини

Як показано в [6], турбулентна локальна характеристика $\sqrt{u_x'^2}$ відрізняється від тієї ж характеристики стаціонарної течії. На рис. 5 наведені експериментальні графіки інтенсивності пульсації поздовжньої швидкості $\sqrt{u_x'^2} / u_*$.

Показано, що максимум інтенсивності спостерігається в точці $r/R=0,88$. З дослідних даних видно, що максимум інтенсивності з часом поступово зменшується, а також переміщається в сторону осі труби. Починаючи з $r/R=0,52$ інтенсивність пульсації практично не перевищує інтенсивність, що спостерігається за стаціонарного руху. Пунктирною лінією на цих епюрах відзначені інтенсивності пульсації, що відповідають кінцевій стаціонарній течії.

Зміна структури потоку відображається також у зміні миттєвої середньої в перерізі швидкості V . На рис. 5 видно, що прискорення потоку до моменту часу $t=0,43$ с майже постійне, проте τ_0 починає різко зростати в момент $t=0,55$ с.

Таку неузгодженість можна пояснити тим, що турбулентність виникає не на стінці, а в пристінній ділянці на деякій відстані від твердих меж і на поширення турбулентності до стінки потрібен час. Підтвердженням сказаного є поведінка залежності стандартного відхилення пульсації дотичного напруження $\sqrt{\tau_x'^2}$ на рис. 4. В момент часу $t=0,44$ с з'являється викид, який вказує, що імпульс турбулентної пульсації досяг поверхні датчика (стілки труби). Названий момент добре узгоджується з переломною точкою характеристики середньої швидкості V .

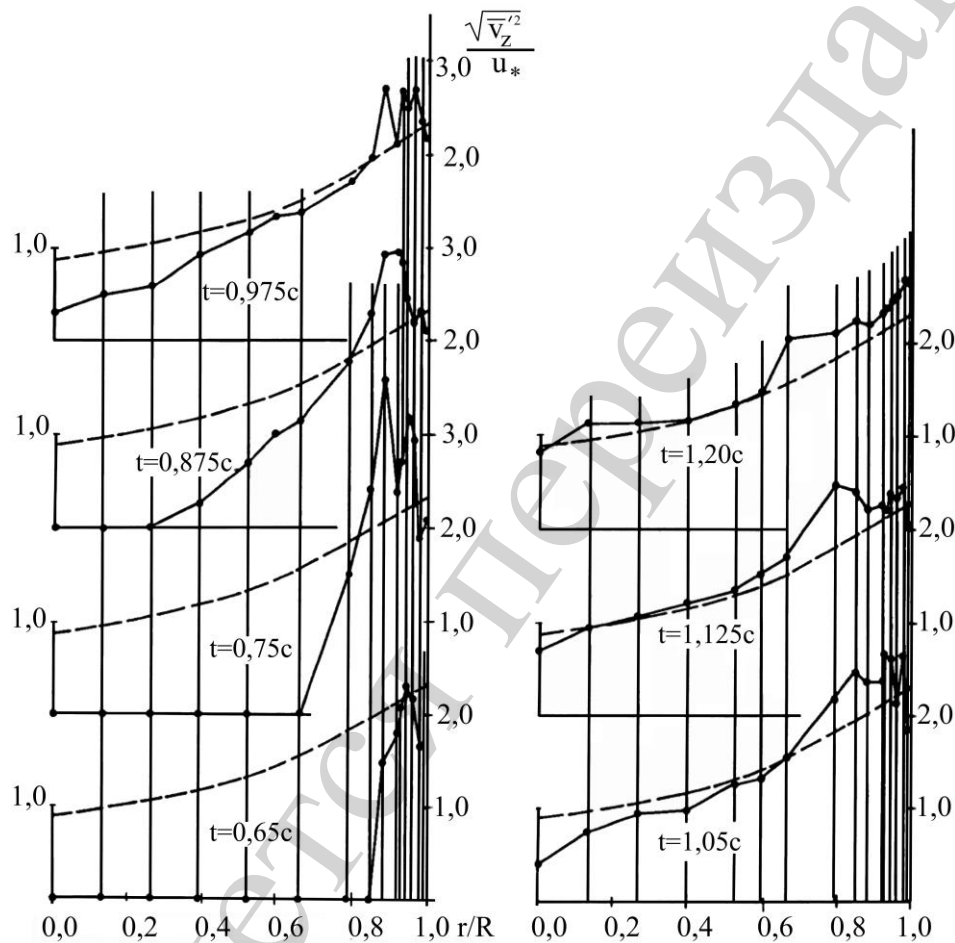


Рис. 5. Епюри відносної інтенсивності поздовжньої складової швидкості $\frac{\sqrt{V_z'^2}}{u_*}$ в процесі розгону

Зміна інтенсивності $\sqrt{V_z'^2} / u_*$ в різних точках пристінної ділянки перерізу залежно від часу дослідження показана на рис. 6. Дані, наведені на рис. 5, 6, підтверджують, що турбулентність поширюється від стінки до осі потоку. Причому спостерігається, що інтенсивність змінюється за іншим законом порівняно з поширенням самої турбулентності. В той час, як в центральній частині потоку спостерігається рівномірне зростання інтенсивності, в пристінних областях мають місце явно виражені максимуми на початку

процесу розгону рідини. При цьому слід звернути увагу на виміри, проведені на відносному радіусі $r/R=0,88-0,96$. Тут максимальна амплітуда інтенсивності поздовжньої складової швидкості настає раніше, ніж в інших точках виміру. Таку зміну локальної характеристики інтенсивності слід пов'язувати з генерацією турбулентності в пристінних ділянках.

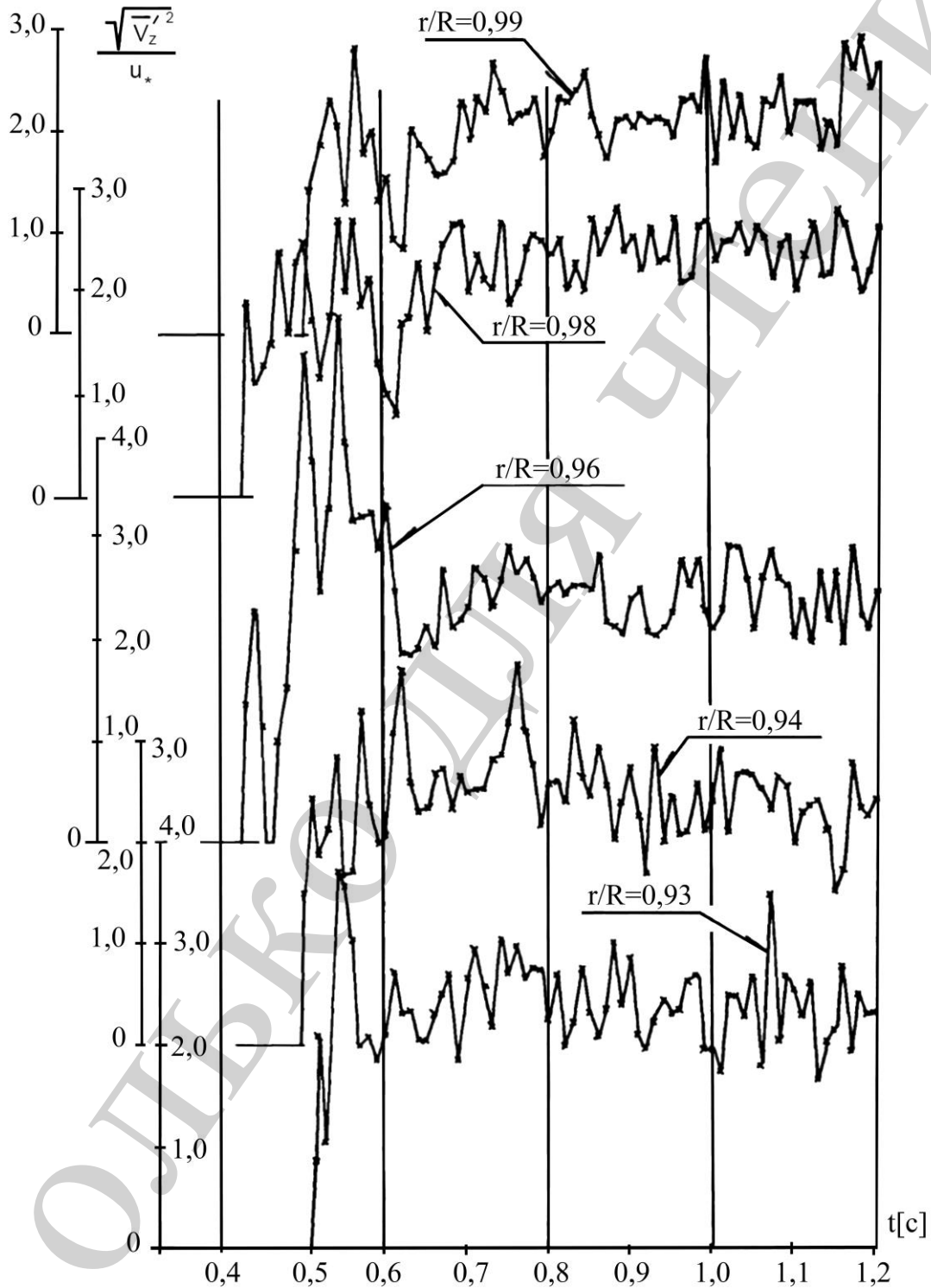


Рис. 6. Зміна відносної інтенсивності поздовжньої складової швидкості $\frac{\sqrt{V_z'^2}}{u_*}$ в пристінній ділянці трубопроводу

Оцінюючи процес зміни інтенсивності $\sqrt{V_z'^2}/u^*$ в пристінній ділянці залежно від часу бачимо, що максимальні інтенсивності спостерігаються на відносному радіусі $r/R=0,96$. Величина інтенсивності в цій точці у момент часу $t=0,52\text{с}$ досягає 2,5 кратної величини кінцевого стаціонарного режиму. Слід підкреслити, що середня швидкість у цей момент часу складає приблизно лише 60 % швидкості остаточного режиму. Отже, інтенсивність турбулентності поздовжньої складової, що відповідає миттєвій середній швидкості по відношенню до стаціонарної величини цієї характеристики, є ще вищою.

Наведені вище дані є експериментальним підтвердженням передбачуваного місця втрати стійкості ламінарних течій і генерації турбулентності.

6. Обговорення результатів та напрями подальших досліджень

Визначення кінетичної енергії в будь-який момент часу зводиться в загальному випадку до вимірювання полів швидкостей протягом неусталеного процесу по всьому живому перерізі. Проведення вимірювань викликає цілий ряд технічних складностей у зв'язку із нестаціонарністю процесу.

Наведені відповідні експериментальні дані, які отримані при визначенні структури розгінного потоку. Згідно них встановлено, що турбулентність поширюється по живому перерізі разом з розвитком поперечного розміру когерентних структур, які виникають в процесі зміни режиму течії.

До виникнення турбулентності має місце рівномірний розподіл і лише у відносно тонкому пристінному шарі спостерігаються градієнти швидкості. Завдяки значним силам інерції, рідина поводить себе як пружне тіло, що здійснює коливальний рух та ковзає по твердих стінках. Дотичні напруження сконцентровані в тонкому пристінному шарі і характеризуються величиною дотичного напруження на стінці τ_0 (рис. 2, 3).

В момент виникнення турбулентності виміряне τ_0 зростає стрибкоподібно (рис. 4), чому відповідає стрибкоподібна зміна градієнта швидкості на стінці. Внаслідок цього виникає загальмованість рідини в пристінній ділянці.

Турбулентність виникає не на стінці, а в пристінній ділянці на деякій відстані від твердих меж і на поширення турбулентності до стінки потрібен час. Підтвердженням сказаного є поведінка залежності стандартного відхилення пульсації дотичного напруження $\sqrt{\tau_x'^2}$ на рис. 4.

Результати на рис. 5, 6 підтверджують, що турбулентність поширюється від стінки до осі потоку. Інтенсивність змінюється за іншим законом порівняно з поширенням самої турбулентності. В той час, як в центральній частині потоку спостерігається рівномірне зростання інтенсивності, в пристінних ділянках мають місце явно виражені максимуми на початку процесу розгону рідини. Виміри, проведені на відносному радіусі $r/R=0,88-0,96$, показали, що тут максимальна амплітуда інтенсивності поздовжньої складової швидкості настає раніше, ніж в інших точках виміру. Таку зміну локальної характеристики інтенсивності можна пов'язувати з генерацією турбулентності в пристінних зонах.

Аналіз даних експерименту показує, що шар, в якому відбувається обмін енергії між основним і збурюючим рухами, розташовується досить близько до зовнішньої межі примежового шару. До тих пір, поки швидкість потоку незначна, амплітуди збурень малі і вони швидко пригнічуються потоком. Із зростанням швидкості потоку та обміну енергії між шарами течії збурення збільшуються, що впливає на розвиток розподілу місцевої швидкості по всьому перерізу труби.

В зв'язку з тим, що в даний час технічно неможливо виконати дослідження виникнення турбулентності і турбулентних характеристик одночасно по всьому радіусу потоку, при визначенні локальних характеристик потоку застосовувався метод ансамблю. Кількість дослідів в ньому була не завжди достатньою для проведення узагальнення, що є недоліком проведених досліджень.

Важливим моментом при розв'язку задач неусталеного розгінного руху рідини є момент втрати стійкості ламінарних течій і пов'язаний з цим перехід ламінарного прискореного потоку в турбулентний. В прикладних розрахунках прискорених потоків цьому переходу відповідає зміна математичної моделі для розрахунку.

Питання розподілу швидкостей у живому перерізі за неусталеної течії рідини мають суттєве значення при визначенні втрат механічної енергії. Однак труднощі, як теоретичного, так експериментального характеру, не дозволяють їй досі вважати проблему розв'язаною.

В існуючих гідросистемах, які використовуються в цих процесах до теперішнього часу відсутні ефективні методи розрахунку, що враховують особливості структури розглянутих потоків. Створення надійних методів розрахунку складних трубопроводів можливе лише за використання математичних моделей нестационарних процесів, які мають місце в таких системах.

Напрямом подальших досліджень є аналіз факторів і особливостей течії рідини, що призводять до нестабілізованого турбулентного потоку, з метою врахування пульсаційних характеристик. Це надасть можливість одержати закономірності розвитку процесу вихроутворення для прогнозування гідравлічних параметрів цих потоків в технологічних процесах.

7. Висновки

1. За прискореного руху рідини (з прискореннями від 1 до 12 м/с²) зі стану спокою до виникнення турбулентності зберігається рівномірний розподіл швидкостей в перерізі труби і лише в тонкому пристінному шарі спостерігаються градієнти швидкостей.

2. Різкий перехід в характеристиці τ_0 за заміни ламінарного режиму турбулентним спостерігається також в характеристиках локальних швидкостей. У момент переходу до турбулентного режиму з'являється переломна точка на графіку величини середньої швидкості, а розподіл швидкостей та інтенсивність турбулентності зазнають значних змін в порівнянні зі стаціонарними турбулентними потоками. Максимальні інтенсивності спостерігаються на

відносному радіусі $r/R=0,96$. Величина інтенсивності в цій точці у момент часу $t=0,52$ с досягає 2,5 кратної величини кінцевого стаціонарного режиму.

3. Фронт переходу ламінарного режиму до турбулентного режиму за неусталеного руху рідини в трубі поширюється в напрямку центру перерізу майже з постійною швидкістю. Середня швидкість змінюється майже за лінійним законом з прискоренням $dV/dt=7,15$ м/с².

Література

1. Мочалин Е. В. Вариационная формулировка задачи о пространственном движении несжимаемой жидкости // Сб. научн. Трудов ДГМИ. 2002. Вып. 15. С. 269–280.
2. Бондаренко Н. И., Терентьев Ю. И. О неустановившемся движении сжимаемой жидкости в напорном трубопроводе // Моск. гос. техн. ун-т. М., 2009. 54 с. Деп. в ВИНТИ РАН 15.10.2009, № 620-B2009.
3. Козлов Л. Ф., Бабенко В. В. Развитие теории пограничного слоя // Вестник АН УССР. 1985. № 3. С. 91–92.
4. Chung D., Pullin D. I. Large-eddy simulation and wall modelling of turbulent channel flow // Journal of Fluid Mechanics. 2009. Vol. 631. P. 281. doi: <https://doi.org/10.1017/s0022112009006867>
5. Гнатів Р. М. Експериментальне визначення пульсації дотичних напружень на стінці трубопроводу при перехідному режимі руху рідини // Промислова гідравліка і пневматика. 2012. № 3 (37). С. 52–54.
6. Гнатів Р. М. Дослідження розподілу швидкостей при неусталеній течії рідини в трубопроводі // Промислова гідравліка і пневматика. 2013. № 2 (40). С. 57–59.
7. Adamkowski A., Lewandowski M. Experimental Examination of Unsteady Friction Models for Transient Pipe Flow Simulation // Journal of Fluids Engineering. 2006. Vol. 128, Issue 6. P. 1351. doi: <https://doi.org/10.1115/1.2354521>
8. Рахматуллин Ш. И., Ким Д. П. Влияние степени турбулентности и частоты турбулентных пульсаций на гидравлическое сопротивление круглой трубы // Нефтяное хозяйство. 2006. № 11. С. 110–111.
9. Maruyama T., Kuribayashi T., Mizushima T. The structure of the turbulence in transient pipe flows // Journal of Chemical Engineering of Japan. 1976. Vol. 9, Issue 6. P. 431–439. doi: <https://doi.org/10.1252/jcej.9.431>
10. Maruyama T., Kato Y., Mizushima T. Transition to turbulence in starting pipe flows // Journal of Chemical Engineering of Japan. 1978. Vol. 11, Issue 5. P. 346–353. doi: <https://doi.org/10.1252/jcej.11.346>
11. Яхно О. М., Гнатів Р. М. Залежність середньої швидкості потоку від зростання тиску при неусталеному русі рідини в трубопроводі // Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Сер.: Машинобудування. 2013. № 3. С. 198–202.
12. Дослідження розподілу локальних швидкостей за розгінного руху реальної рідини зі стану спокою / Яхно О. М., Гнатів Р. М., Щербата Н. В., Гнатів І. Р. // Матеріали XXIII міжнародної науково-технічної конференції "Гідроаеромеханіка в інженерній практиці". 2018. С. 56–58.

13. Tuzi R., Blondeaux P. Intermittent turbulence in a pulsating pipe flow // Journal of Fluid Mechanics. 2008. Vol. 599. doi: <https://doi.org/10.1017/s0022112007009354>

14. Мануйлович С. В. Исследование механизмов возбуждения и роста неустойчивых возмущений в пульсирующих течениях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2005. № 4. С. 15–28.

15. Маграквелидзе Т. К вопросу распределения скоростей при турбулентном течении жидкости в круглой трубе // Сб. трудов Ин-т систем упр. АН Грузии. 2005. № 9. С. 96–101.